Simulación

Departamento de Cs. e Ingeniería de la Computación
Universidad Nacional del Sur
Segundo Cuatrimestre de 2019

Trabajo Práctico N° 2

Parte 1: Nociones Básicas de Probabilidad

Bibliografia Recomendada.

- Discrete-event system simulation, J. Banks, J. S. Carson y B. L. Nelsons. ***Capítulo 5.***
- Introduction to Simulation and Risk Analysis, J. R. Evans y D. L. Olson. ***Capítulo 3***.

Ejercicio. 1. Considere cada uno de los siguientes escenarios:

(1) Se está estudiando el número de alumnos inscriptos en una materia y se sabe que históricamente siempre hay al menos un inscripto pero que el número no puede superar el total de alumnos en condiciones de cursar.

(2) Se está analizando el nivel de precipitación mensual de una región geográfica y se sabe que los niveles mensuales de lluvias registradas históricamente es mayor a 10mm y a llegado como máximo a 157mm.

Determine y explique brevemente para cada uno de ellos:

(a) Cuál es la *Variable Aleatoria*, X, que protagoniza el escenario.
(b) De qué *tipo* es dicha variable.
(c) Cuál es el *espacio muestral*, S_x (o R_x), de la variable aleatoria.
(d) Si la *función de probabilidad* correspondiente es una función *másica* o una función de *densidad*.
(e) Formalmente qué condiciones deberá cumplir dicha función.
(f) Qué herramienta se utiliza para determinar la probabilidad de que la variable aleatoria definida caiga dentro de un sub-rango del espacio muestral.

Ejercicio. 2. Enuncie la fórmula, explique en qué escenario se utiliza y describa las características principales de las distribuciones mencionadas a continuación:

a) Uniforme
b) Triangular
c) Exponencial
d) Bernoulli
e) Binomial
f) Poisson
g) Normal

Nota: Entre las características puede mencionar por ejemplo: si la distribución es *discreta* o *contínua*, cuál es la *media*, la *moda*, la *varianza* y la Función Acumulada (F) o la Función de Conteo según corresponda.

Ejercicio. 3. El equipo de fútbol Cruz Azul ha ganado históricamente el 55 % de sus partidos. Durante el próximo mes este equipo jugará 5 partidos. ¿Cuál es la probabilidad de que el Cruz Azul gane la mayoría de estos partidos?

Ejercicio. 4. Un club nacional de automovilistas comienza una campaña telefónica con el propósito de aumentar su número de miembros. Con base en la experiencia previa, se sabe que una de cada 20 personas que reciben la llamada se une al club. Si en un día se llama a 25 personas ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos dos de ellas se inscriban en el club? ¿Cuál es el valor esperado?

Ejercicio. 5. El número de huracanes que azotan anualmente la península de Florida en los Estados Unidos sigue una distribución de Poisson con una media anual 0.8.

(1) ¿Cuál es la probabilidad de que la costa de Florida sufra exactamente un huracán en un año?

(2) ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran dos o más huracanes en Florida en el transcurso de un mismo año?

Ejercicio. 6. El tiempo de vida, medido en años, de un satélite puesto en órbita tiene una función de distribución de probabilidad igual a:

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}4e^{-0{,}4x}, & x \geq 0 \\ 0 & \textit{en cualquier otro caso} \end{cases} \tag{1}$$

a) ¿Cuál es la probabilidad de que el satélite esté operativo después de cinco años?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que el satélite deje de funcionar luego del tercer año de haber sido puesto en órbita y antes de comenzar su sexto año?

c) ¿Cuál es la probabilidad de que el satélite deje de funcionar antes del sexto año de haber sido puesto en órbita, sabiendo que ya ha estado operativo durante tres años?

Ejercicio. 7. Los arribos de clientes al cajero de un banco siguen una distribución de Poisson con una tasa de 1.2 arribos por minuto.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que se produzcan arribos en el próximo minuto?

b) ¿Cuál es la probabilidad de que no se produzcan arribos en los próximos dos minutos?

Ejercicio. 8. Un centro de cómputos sufre fallas de acuerdo con un proceso de Poisson con media de una falla cada 36 horas.

a) Determine la probabilidad de que ocurra ***exactamente*** un desperfecto antes de las 24 horas de haber sido puesto en funcionamiento.

b) Determine la probabilidad de que ocurra ***exactamente*** un desperfecto entre las 24 y las 48 horas de haber sido puesto en funcionamiento.

c) Determine la probabilidad de que ocurran 2 desperfectos entre las 24 y las 48 horas de haber sido puesto en funcionamiento.

d) Determine la probabilidad de que ocurra ***exactamente*** un desperfecto entre las 24 y 48 horas de funcionamiento ***posteriores a su última falla***.

e) Determine la probabilidad de que el ***próximo desperfecto*** ocurra entre las 24 y 48 horas de funcionamiento posteriores a su última falla.

Ejercicio. 9. Sea X una variable aleatoria que representa la inteligencia medida a través de pruebas de coeficiente intelectual. Si X es tiene una distribución normal con media 100 y desvío estándar 10, ¿cuál es la probabilidad de que X sea menor que 85?

Parte 2: Generación de Números Aleatorios

Ejercicio. 1. Enumere situaciones de la vida real donde aparezcan cuestiones aleatorias. Indique los casos en que se utilizan números pseudo-aleatorios.

Ejercicio. 2. Indique cómo puede generarse una secuencia de números uniformemente distribuidos en el intervalo [-11, 17] a partir de otra secuencia uniformemente distribuida en el intervalo [0,1].

Ejercicio. 3. Utilice el método congruencial multiplicativo para generar una secuencia de 5 números pseudo-aleatorios de tres dígitos. Los parámetros son $N_0 = 117$, $a = 43$, $m = 1000$.

Ejercicio. 4. Desarrolle un generador de números aleatorios para una variable aleatoria X con la siguiente función de densidad de probabilidad:

$$f(x) = \begin{cases} e^{2x}, & -\infty < x \geq 0 \\ e^{-2x}, & 0 < x < \infty \end{cases} \tag{2}$$